Fundamentals of Physics II

Faculty of Physics-Kharazmi University

Dr. Faramarz Kanjouri

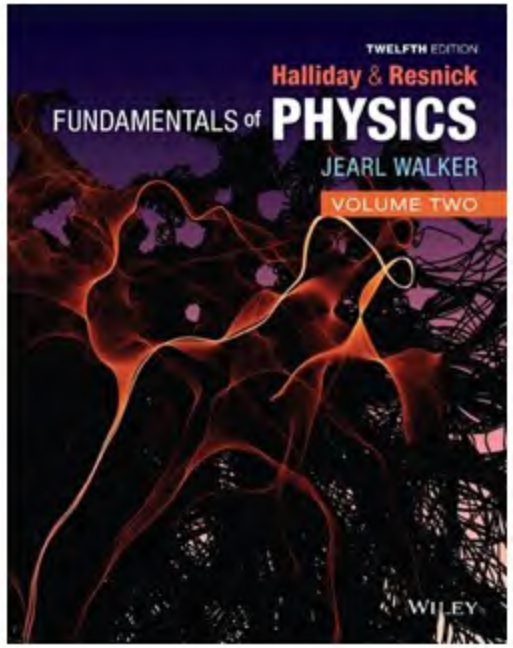
Spring 2025

دانشگاه خوارزمی

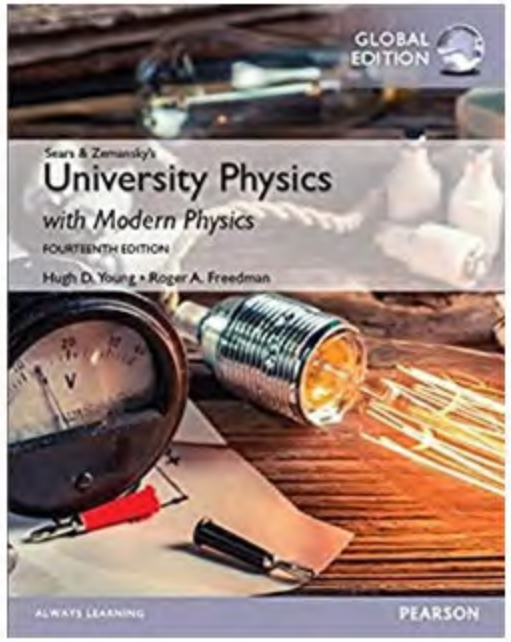
اگر همواره مانند گذشته بیندیشید، همیشه همان
چیزهایی را به‌دست می‌آورید که تاکنون کسب کرده‌اید

If you always think the way you've always thought, you'll always get what you've always got.

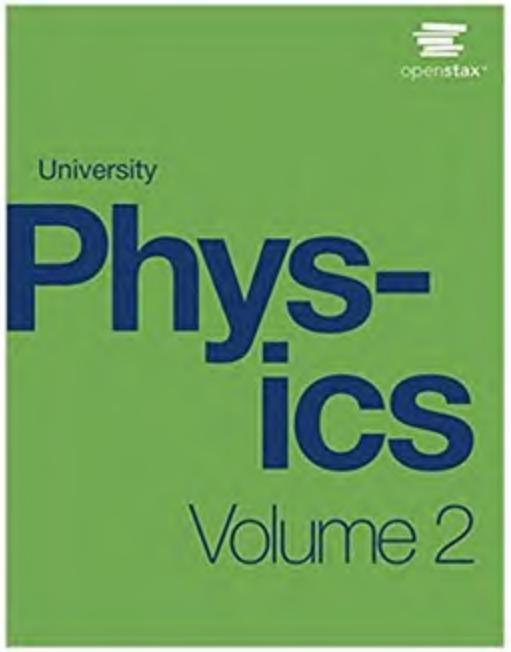
Fundamentals of Physics (12th Ed.)
Halliday, David; Resnick, Robert; Walker, Jearl



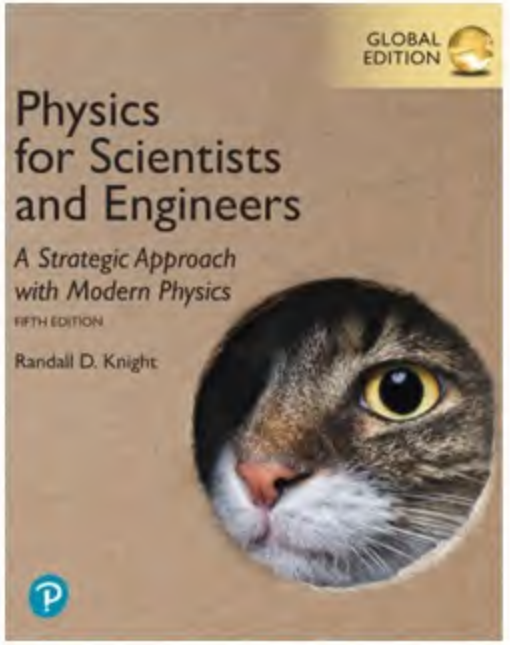
University Physics with Modern Physics (14th Global Ed.)
Hugh D. Young, Roger A. Freedman



University Physics Volume 2
Samuel J. Ling, Jeff Sanny, William Moebs



P H Y S I C S For Scientists and Engineers, 5e, (2023)
Randall D. Knight



درس دهم

میدان الکتریکی

Electric Field

- مفهوم میدان Field
- تعریف میدان الکتریکی
- میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای
- میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع گسسته‌ی بار
- میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوسته‌ی بار

بارهای الکتریکی چگونه از وجود یکدیگر با خبر می‌شوند؟

۱ - نظریه‌ی کنش از راه دور ۲ - مفهوم میدان الکتریکی

- هر کمیتی که تابع مکان (x,y,z) و زمان (t) باشد **میدان** نامیده می‌شود.
- اگر کمیت مزبور اسکالر باشد، میدان را **اسکالر** می‌نامیم. مانند **دمای اتاق**.
- اگر کمیت مزبور بردار باشد، میدان را **برداری** می‌نامیم. مانند **میدان جاذبه‌ی زمین**.
- اگر میدان تابع زمان نباشد آن را **استاتیک** می‌نامیم.
- اگر میدان تابع مکان نباشد آن را **یکنواخت** می‌نامیم.

در واقع یك **میدان اسکالر** به هر نقطه از فضا (در هر لحظه) یك **عدد** نسبت می‌دهد و یك **میدان برداری** به هر نقطه از فضا یك **بردار** نسبت می‌دهد. اگر میدان تابع زمان نباشد، آن را میدان **ایستا** (**استاتیك**) و اگر تابع مکان نباشد، یعنی در همه‌ی نقاط فضا یك مقدار داشته باشد، (و اگر میدان برداری است جهت آن نیز در همه نقاط یکی باشد) آن را **میدان یکنواخت** گوییم.

در حالت کلی، میدان‌های فیزیکی سه بُعدی هستند. یعنی تابعِ سه متغیرِ مختصات‌اند.

فشارِ اتمسفرِ زمین یک میدانِ سه بُعدی است.

اما در حالت‌های ایده‌آل میدان‌های دوبُعدی و یک بُعدی نیز داریم.

مثلاً چگالیِ رنگ روی سطحِ یک دیوار مثالی از یک میدان دوبُعدی است. و یا کششِ یک سیم بسیار نازک در هر نقطه از طولِ آن یک میدانِ یک بُعدی است.

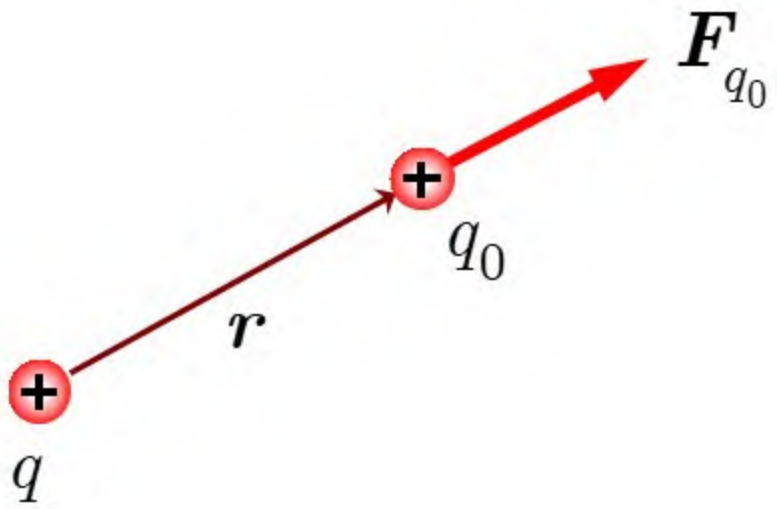
عاملی که میدان را ایجاد می‌کند، **چشمه‌ی میدان** نامیده می‌شود. هرگاه قواعدِ فیزیکی بینِ میدان و چشمه‌ی میدان مشخص باشند، گوییم یک **نظریه‌ی میدان Field Theory** داریم.

دانشگاه خوارزمی

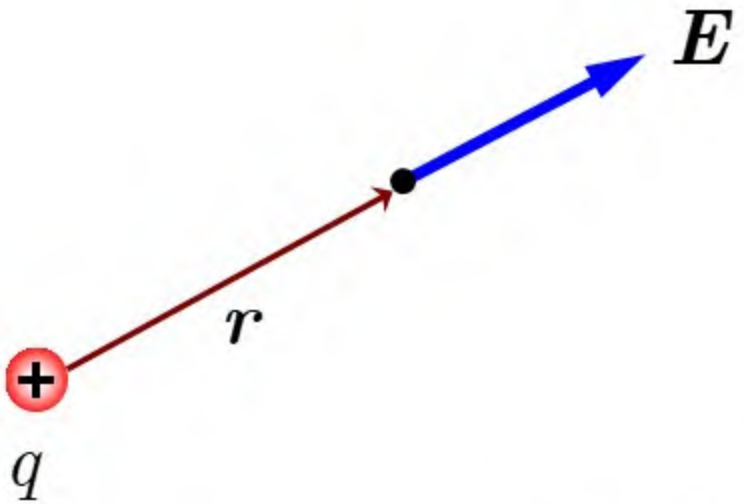
$$m\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_q$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_q) = \lim_{q \to 0} \frac{\boldsymbol{F}_q}{q}$$

میدان الکتریکی یک میدان برداری است.

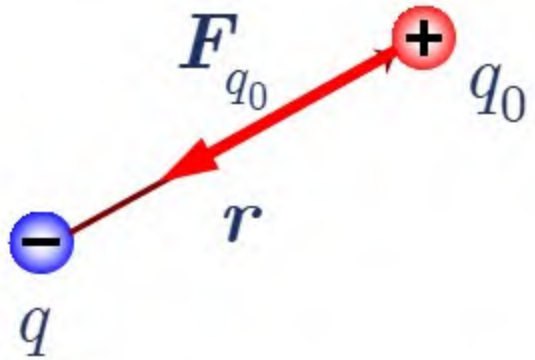


$$\boldsymbol{F}_{q_0} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$

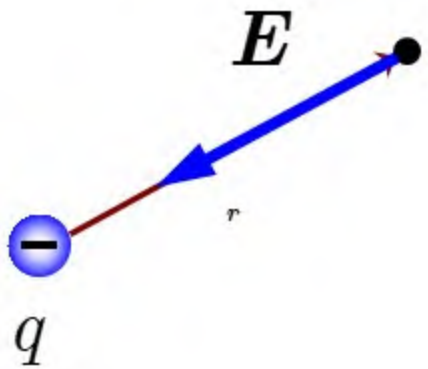


$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$

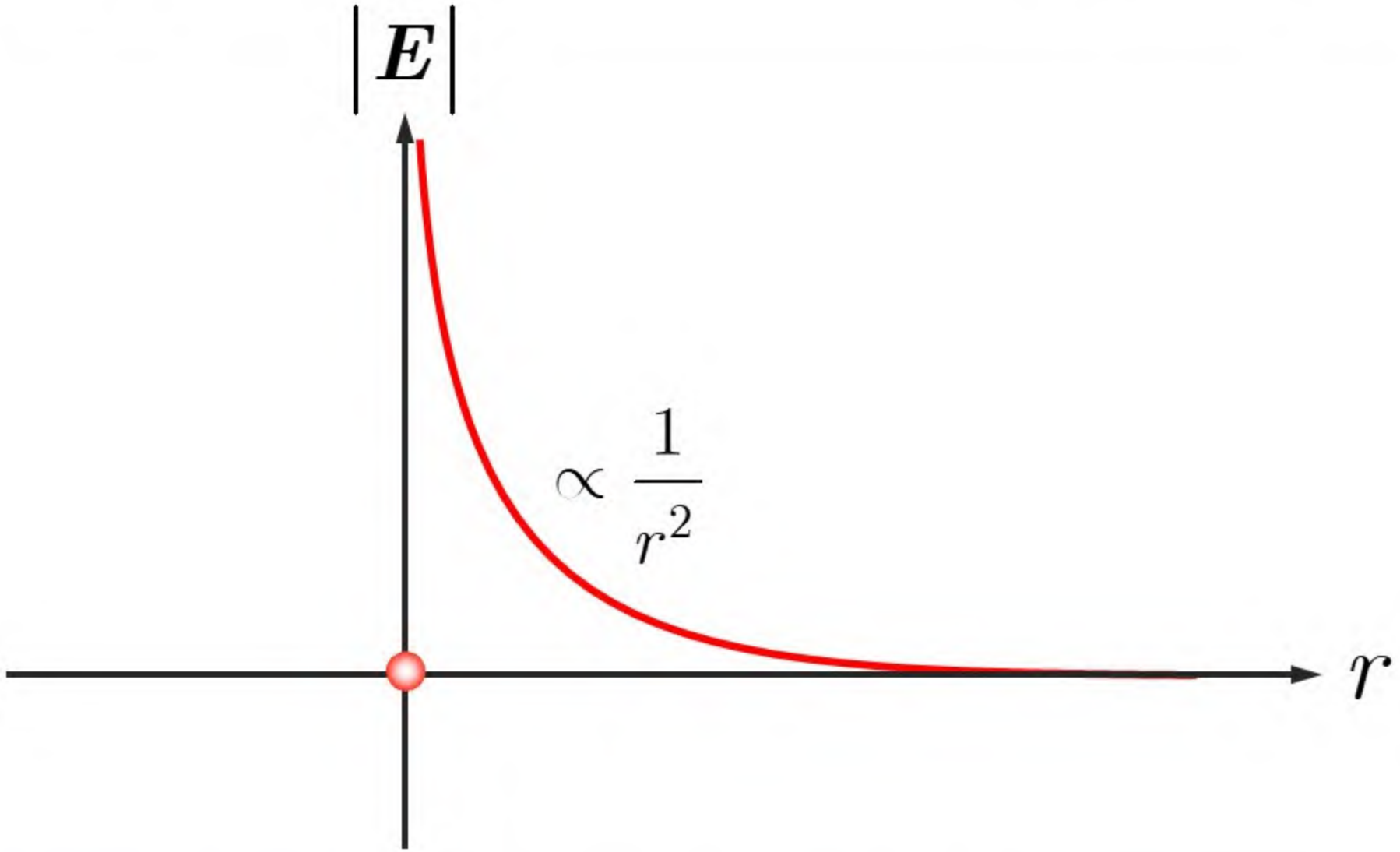
اگر بار q منفی باشد: $q = -|q|$

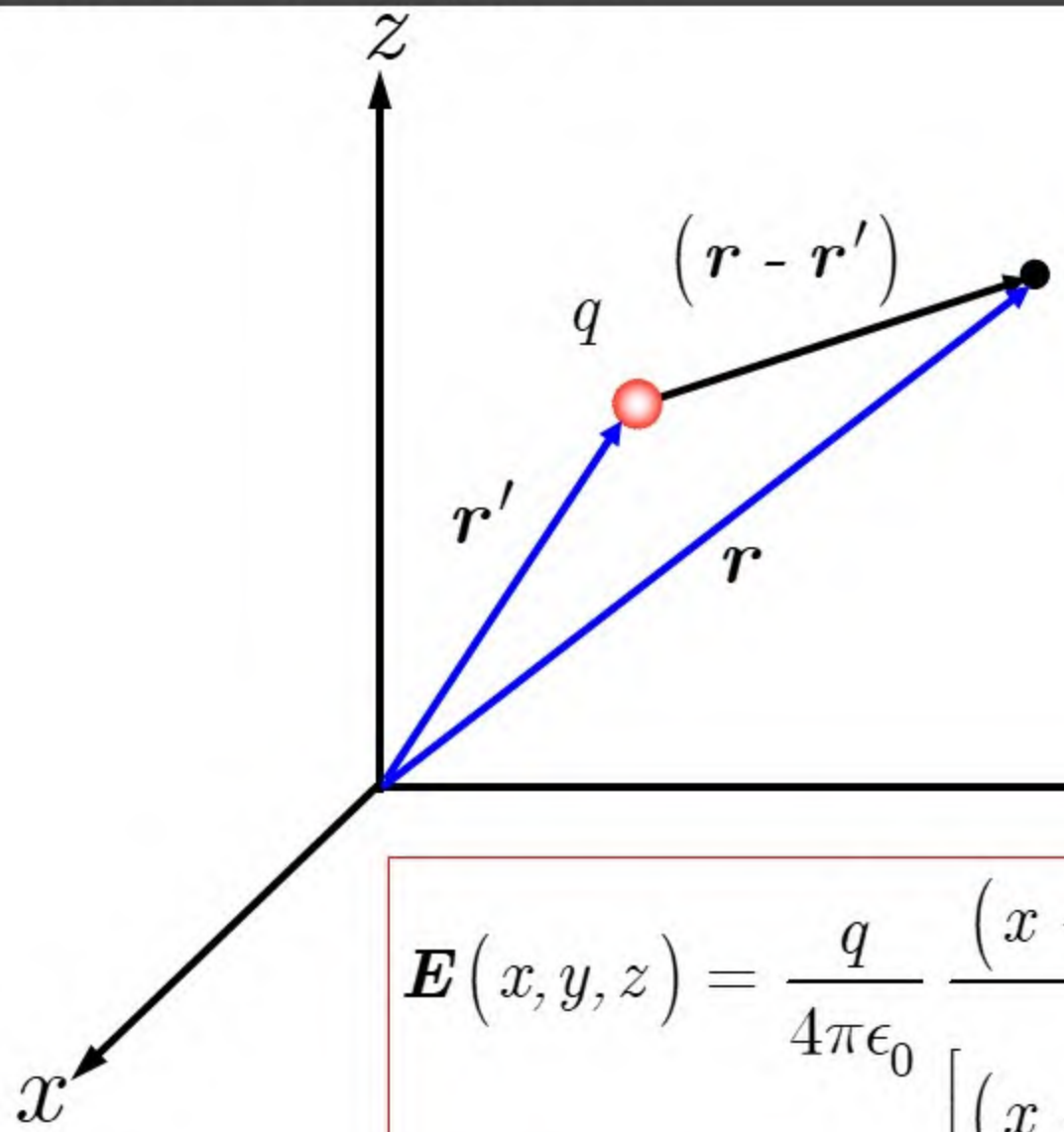


$$\boldsymbol{F}_{q_0} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$



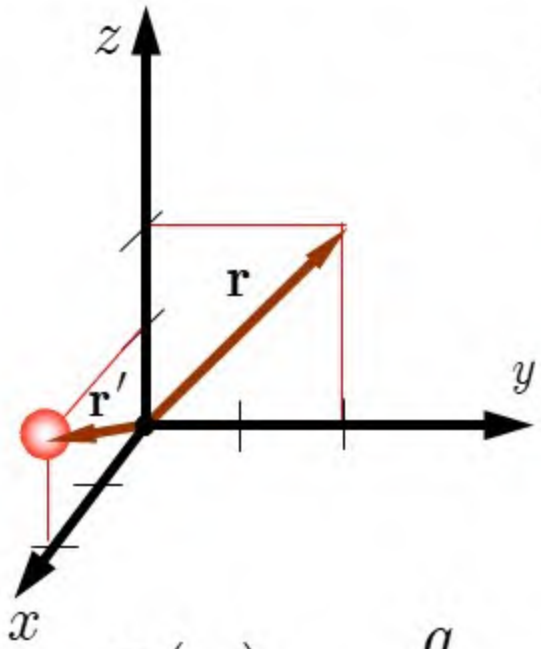
$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3} = \frac{-|q|}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}$$


$|E|$
$\propto \frac{1}{r^2}$
r



$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{(x-x')\hat{\boldsymbol{i}} + (y-y')\hat{\boldsymbol{j}} + (z-z')\hat{\boldsymbol{k}}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$



مثال: بار نقطه‌ای یک نانو کولن در نقطه‌ی $(۱,۰,۲)$ بر حسب متر قرار دارد. میدان الکتریکی را در نقطه‌ی $(۲,۲,۰)$ به دست آورید.

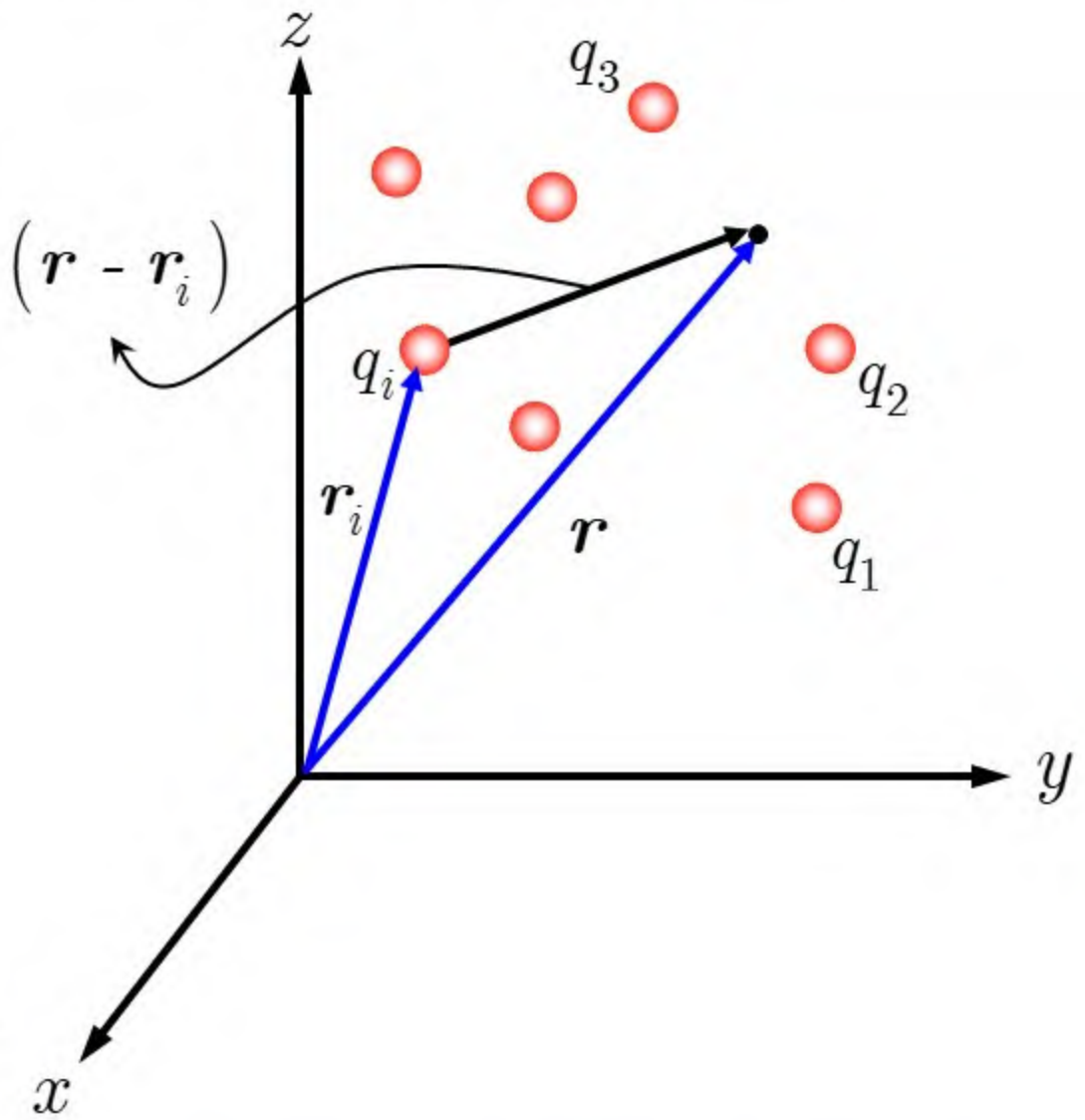
$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}' = \left(2\hat{\boldsymbol{j}}+2\hat{\boldsymbol{k}}\right)-\left(2\hat{\boldsymbol{i}}+\hat{\boldsymbol{k}}\right) = -2\hat{\boldsymbol{i}}+2\hat{\boldsymbol{j}}+\hat{\boldsymbol{k}}$$

$$\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}\right| = \sqrt{(-2)^2+(2)^2+(1)^2} = 3$$

$$\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{r}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3} = \left(9\times10^9\,\frac{\mathrm{N-m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\left(1\times10^{-9}\,\mathrm{C}\right)\frac{\left(-2\hat{\boldsymbol{i}}+2\hat{\boldsymbol{j}}+\hat{\boldsymbol{k}}\right)\mathrm{m}}{\left(3\mathrm{m}\right)^3}$$

$$\boldsymbol{E} = \left(-\frac{2}{3}\hat{\boldsymbol{i}}+\frac{2}{3}\hat{\boldsymbol{j}}+\frac{1}{3}\hat{\boldsymbol{k}}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

$$E_x = \left(-\frac{2}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$
$$E_y = \left(\frac{2}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$
$$E_z = \left(\frac{1}{3}\right)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$



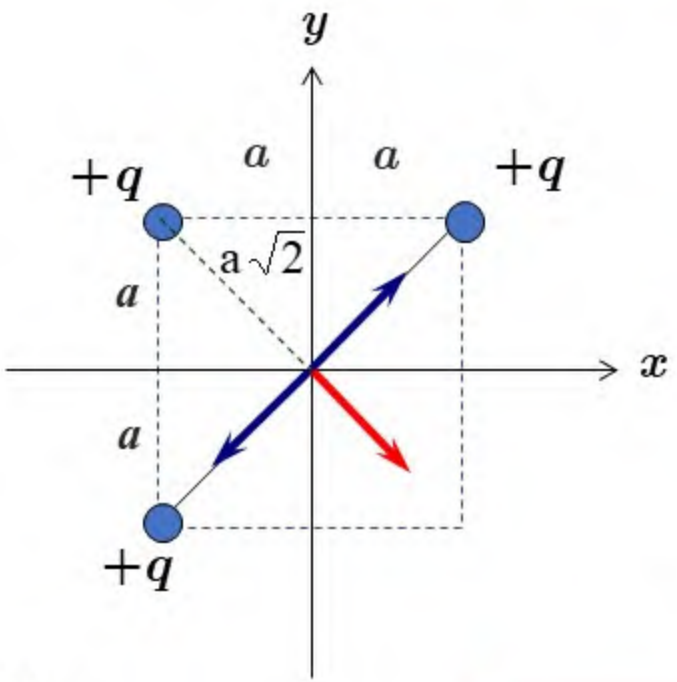
$$\boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i}{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E}_i(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i}{\left|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i\right|^3}$$

مثال: در شکل زیر میدان الکتریکی را در مبدأ مختصات پیدا کنید

بارهای گوشه‌ی سمت راست بالا و سمت چپ پایین، در مبدأ مختصات میدان‌های یکدیگر را خنثی می کنند

پس میدان کل ناشی از بار گوشه‌ی سمت چپِ بالاست



مؤلفه‌های میدان عبارتنداز

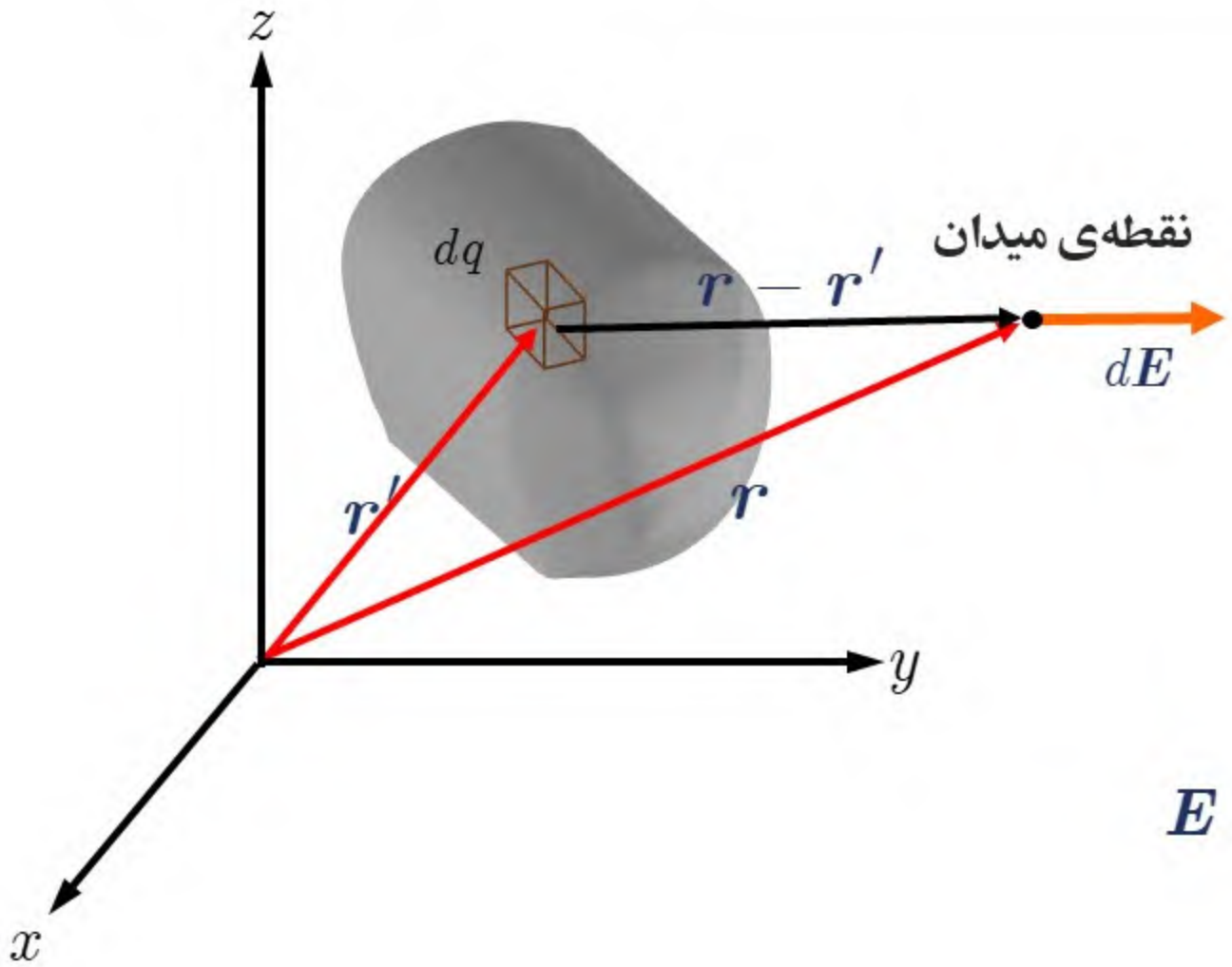
$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left(\sqrt{2}a\right)^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E_y = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left(\sqrt{2}a\right)^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر بار Q را در مبدأ مختصات قرار دهیم چه نیرویی به آن وارد می‌شود؟

$$F_x = QE_x = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2\sqrt{2}a^2}$$

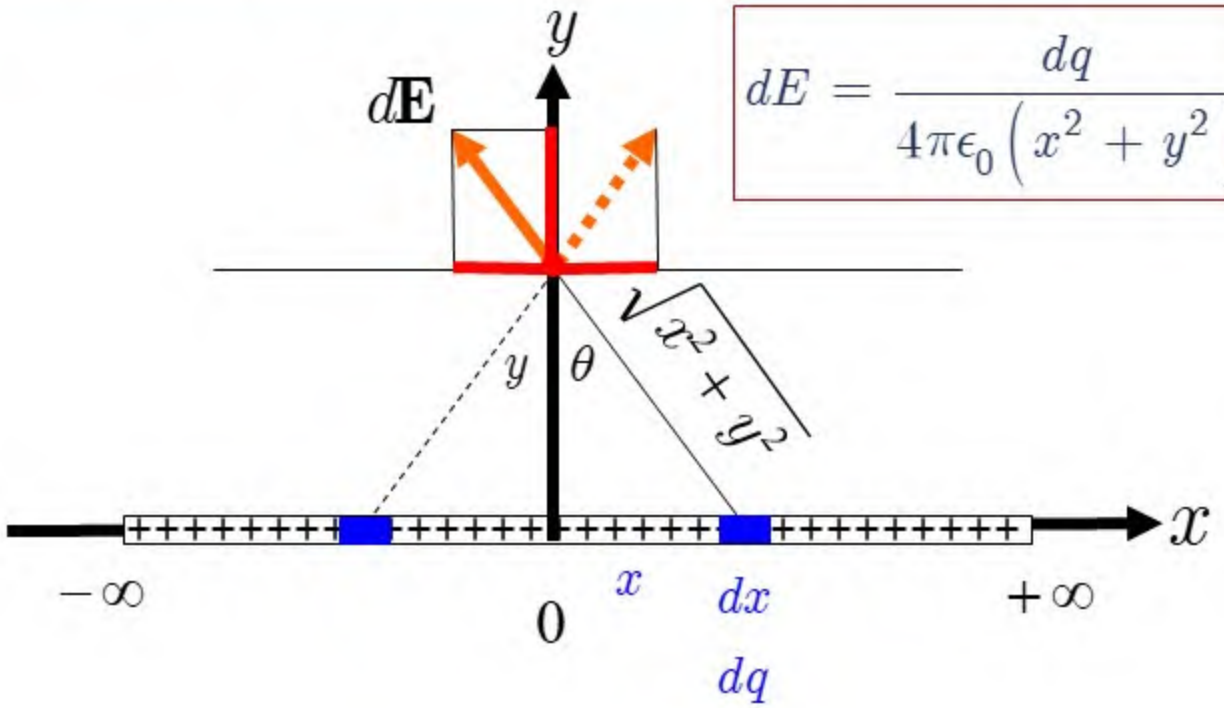
$$F_y = QE_y = -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2\sqrt{2}a^2}$$



$$d\boldsymbol{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}\frac{\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right)}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

$$\boldsymbol{E} = \int d\boldsymbol{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0}\frac{\left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right)}{\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|^3}$$

مثال: بار الکتریکی به طور یکنواخت با چگالی λ بر محور x توزیع شده است. میدان الکتریکی را در نقطه‌ی $(0,y)$ پیدا کنید.



$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\left(x^2+y^2\right)}$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE\sin\theta = 0$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE\cos\theta$$

$$E_y = \int_{x=0}^{x=+\infty} 2dE\cos\theta$$

$$E_y = \int_{x=0}^{x=+\infty} 2\frac{dq}{4\pi\epsilon_0\left(x^2+y^2\right)}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{2y}{4\pi\epsilon_0}\int_{x=0}^{x=+\infty}\frac{\lambda dx}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = E_y = \frac{2y}{4\pi\epsilon_0}\int_{x=0}^{x=+\infty}\frac{\lambda dx}{\left(x^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

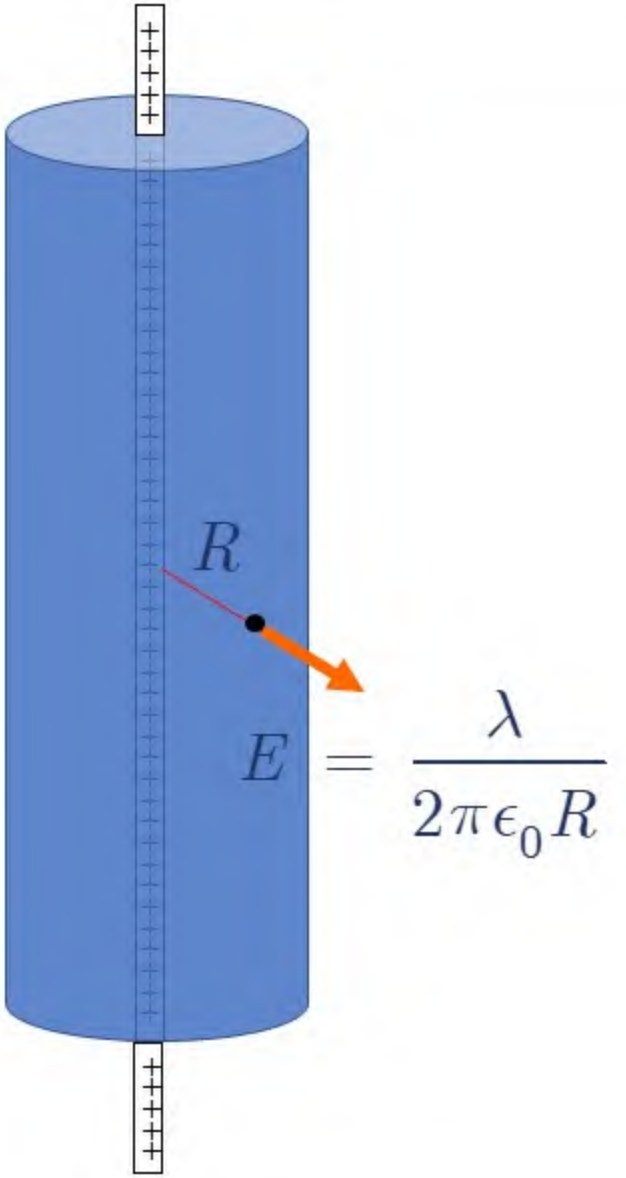
$$x = y\tan\theta$$

$$dx = y(1+\tan^2\theta)d\theta$$

$$E = \frac{2y\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\frac{y(1+\tan^2\theta)d\theta}{\left(y^2\tan^2\theta+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2y^2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y^3}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\left(\tan^2\theta+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2y^2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y^3}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$



شاد و مهربان باشید